

Департамент освіти й науки Запорізької облдержадміністрації
Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2018-2019 н.р.

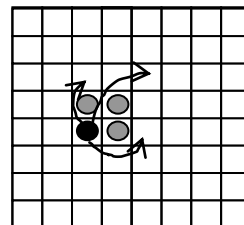
10 клас

1. Про натуральне число n відомо: число більше 2000; якщо від нього відняти два і до отриманого числа дописати справа будь-яку ненульову цифру c , то одержане нове число буде ділитись націло на c . Знайдіть найменше значення, яке може приймати число n .
2. Побудуйте графік функції $y = \frac{[x]}{x} \cdot \sqrt{4 \cdot x^2 - x^4}$. Тут $[x]$ – ціла частина дійсного числа x – найбільше ціле число, яке не більше x . Наприклад $[3] = 3$, $[3,12] = 3$, $[-2,6] = -3$, $[-0,001] = -1$.
3. Нехай AF – медіана трикутника ABC , D – середина AF , E – точка перетину прямої CD зі стороною AB , $BD = BF = CF$. Доведіть, що $AE = DE$.

4. Розв'язати нерівність:

$$\frac{1 + \frac{2 \cdot \frac{1-x}{1-3x}}{1-3 \cdot \frac{1+x}{1-3x}}}{1 + \frac{1+x}{1-3 \cdot \frac{1-3x}{1-3x}}} < \frac{1 - 3 \cdot \frac{1 + \frac{1+x}{1-3x}}{1-3 \cdot \frac{1+x}{1-3x}}}{1 + \frac{1+x}{1-3 \cdot \frac{1-3x}{1-3x}}}$$

5. У лівий нижній кут шахівниці 8×8 поставлено у формі квадрата 3×3 дев'ять фішок. Фішки вважаються такими, що стоять поруч, якщо клітинки, в яких вони стоять мають спільну точку (спільна сторона, спільна вершина). Фішка може стрибати на вільне поле через фішку, що стоїть поруч, симетрично відносно її центра (стрибати можна по вертикалі, горизонталі й діагоналі). Чи можна за деяку кількість таких ходів поставити всі фішки знову у формі квадрата 3×3 , але в іншому куті: а) лівому верхньому, б) правому верхньому?



На виконання роботи відводиться 4 години
Кожне завдання оцінюється в 7 балів
Використання калькуляторів не дозволяється