

# МАТЕМАТИКА

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

6



$v - ?$

УДК 51(075.3)

ББК 22.1я723

T19

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ Міністерства освіти і науки України  
від 07.02.2014 р. № 123)*

**ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО**


Наукову експертизу проводив Інститут математики НАН України  
Експерт — *І. В. Самойленко*, старший науковий співробітник  
відділу фрактального аналізу Інституту математики НАН України,  
кандидат фізико-математичних наук

Психолого-педагогічну експертизу проводив  
Інститут педагогіки НАПН України  
Експерт — *О. І. Глобін*, старший науковий співробітник, завідувач лабораторії  
математичної та фізичної освіти, кандидат педагогічних наук

Відповідальні за підготовку підручника до видання:  
*Р. В. Гладковський*, головний спеціаліст департаменту загальної середньої  
та дошкільної освіти МОН України  
*А. В. Паньков*, науковий співробітник Інституту інноваційних технологій  
і змісту освіти МОН України

### УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ:

 — поміркуйте

 — як записати в зошиті

 **Запам'ятайте!**

 — типова задача

 **Зверніть увагу:**

**Тарасенкова Н. А.**

T19 Математика : підруч. для 6 класу загальноосвіт.  
навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова,  
О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. — К. : Видавничий дім  
«Освіта», 2014. — 304 с.

ISBN 978-617-656-303-7.

**УДК 51(075.3)**

**ББК 22.1я723**

© Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова,  
О. М. Коломієць, З. О. Сердюк, 2014

© Видавничий дім «Освіта», 2014

ISBN 978-617-656-303-7

## ДОРОГІ УЧНІ!

Ви вже п'ять років вивчали математику і дізналися багато цікавого й пізнавального. Однак ще чимало нового вас очікує попереду.

Математичні знання люди використовують протягом усього життя: і на роботі, і в побуті. У наш час, коли наука рухається вперед дуже швидко, неможливо уявити фахівця в будь-якій галузі без знання математики.

Для того щоб засвоїти математику, необхідними є вміння рахувати, міркувати, порівнювати, робити висновки, ставити запитання і відповідати на них, розв'язувати задачі та обґрунтовувати свої розв'язання. Усі ці вміння ви зможете розвинути, якщо будете наполегливо і відповідально працювати на уроках, а також самостійно працювати вдома. А підручник вам у цьому допоможе.

Як успішно вивчати математику за цим підручником? Весь матеріал поділено на 5 розділів, а розділи — на параграфи. У кожному параграфі є теоретичний матеріал і задачі. У підручнику використовуються спеціальні позначки (пиктограми). Вони допоможуть вам краще зорієнтуватися в навчальному матеріалі.

Задачі підручника мають чотири рівні складності.

Завдання, номери яких позначені штрихом ('), є підготовчими вправами для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал.

Завдання, номери яких позначені кружечками (°), є задачами середнього рівня складності, які треба розв'язувати, щоб мати змогу вивчати математику далі.

Завдання, номери яких не мають позначок, є задачами достатнього рівня складності, розв'язання яких допоможе вам демонструвати достатній рівень навчальних досягнень.

Завдання, номери яких позначені зірочками (\*), є задачами високого рівня складності, для розв'язування яких інколи треба виявити терпіння і наполегливість, а радість від розв'язування складної задачі буде вам нагородою.

Бажаємо вам успіхів у пізнанні нового  
і задоволення від вивчення математики!

## У розділі дізнаєтесь:

- ☀ що таке дільники і кратні натурального числа;
- ☀ які є ознаки подільності чисел;
- ☀ які числа називаються простими та як їх знаходити;
- ☀ як розкласти число на множники;
- ☀ що таке найбільший спільний дільник чисел та як його знаходити;
- ☀ що таке найменше спільне кратне чисел та як його знаходити;
- ☀ як застосувати вивчений матеріал на практиці

Решето  
ЕРАТОСФЕНА

1	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	29	<del>30</del>
31	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	37	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
41	<del>42</del>	43	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	47	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>

## § 1. ДІЛЬНИКИ І КРАТНІ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА. ПРОСТІ ЧИСЛА

Подивіться на малюнок 1. Ви бачите, що 6 яблук поділили на 2 купки по 3 яблука в кожній. Тут число 6 є діленим, число 2 — дільником, а число 3 — часткою. Але 6 яблук можна поділити і по-іншому — розкласти їх на 3 купки по 2 яблука в кожній. Тоді для діленого 6 число 3 є дільником, а число 2 — часткою. Це означає, що числа 2 і 3 є *дільниками* числа 6. Водночас число 6 є *кратним* для кожного зі своїх дільників — і для числа 2, і для числа 3. Дільники і кратні є натуральними числами.



Мал. 1

### Запам'ятайте!

**Дільником** числа називається таке число, на яке ділиться дане число.

**Кратним** числа називається таке число, яке ділиться на дане число.

? Чи є інші дільники в числа 6? Так. Число 6 ділиться ще на 1 і саме на себе. Отже, загалом у числа 6 є чотири дільники: 1; 2; 3; 6.

### Зверніть увагу:

кожне натуральне число, починаючи з числа 2, має принаймні два дільники — число 1 і саме це число. Інші дільники шукають за спеціальними правилами.

**Задача.** Знайдіть усі дільники числа: 1) 7; 2) 12; 3) 25.

- Розв'язання.** 1) У числа 7 є принаймні два дільники — 1 і 7. На жодне інше натуральне число 7 не ділиться, тому в нього лише два дільники: 1 і 7.
- 2) Число 12 має принаймні два дільники — 1 і 12. Далі по-спідовно перевіряємо подільність числа 12 на натуральні числа від 2 до 11.  $12 : 2 = 6$ , тому 2 і 6 — дільники числа 12.  $12 : 3 = 4$ , тому 3 і 4 — теж дільники числа 12. На 5, 7, 8, 9, 10 і 11 число 12 не ділиться. Отже, дільниками числа 12 є числа: 1; 2; 3; 4; 6; 12.
- 3) У числа 25 є принаймні два дільники: 1 і 25. На 2, 3 і 4, а також на числа від 6 до 24 це число не ділиться.  $25 : 5 = 5$ , тому число 5 є дільником числа 25, причому двічі. Але рівні дільники враховують лише один раз. Отже, у числа 25 не чотири, а три дільники: 1; 5; 25.

**Запам'ятайте!**

**Натуральне число, яке має лише два дільники (1 і саме число), називається простим.**  
**Натуральне число, яке має більше двох дільників, називається складеним.**

Наприклад, 7 — просте число, а 12 і 25 — складені.

- ?** Чи є 1 простим числом? А складеним? Ні, оскільки в числа 1 тільки один дільник. Отже, число 1 особливе. Воно і не просте, і не складене.

**Зверніть увагу:**

найменшим простим числом є число 2.



**Дізнайтеся більше**





Щоб виписати деяку кількість простих чисел, можна скористатися способом, який придумав ще в III ст. до н. е. Ератосфен Кіренський (276 р. до н. е. — 194 р. до н. е.), грецький математик, астроном, географ і поет. На честь ученого цей спосіб носить назву «решето Ератосфена». На малюнку (с. 4) ви бачите, як знаходили прості числа від 2 до 50. Спробуйте самостійно пояснити, як це робили.

## ПРИГАДАЙТЕ ГОЛОВНЕ

1. Яке число називається дільником числа?
2. Яке число називається кратним числа?
3. На які два числа завжди ділиться будь-яке натуральне число більше за 1?
4. Яке натуральне число називається простим? Наведіть приклад.
5. Назвіть найменше просте число.
6. Яке натуральне число називається складеним? Наведіть приклад.



## РОЗВ'ЯЖІТЬ ЗАДАЧІ

- 1'. Чи кожне натуральне число має дільники?
- 2'. Чи правильно, що число 3 є дільником числа:  
1) 5;                      2) 9;                      3) 4;                      4) 12?
- 3'. Чи правильно, що число 12 є кратним числа:  
1) 5;                      2) 9;                      3) 4;                      4) 3?
- 4'. Назвіть: 1) три прості числа; 2) три складені числа.
- 5'. Чи є число 1:  
1) простим числом;                      2) складеним числом?
- 6°. Дано числа: 3; 4; 6; 8; 9. Випишіть ті з них, які є дільниками числа: 1) 8; 2) 12; 3) 16; 4) 18.
-  7°. Дано числа: 2; 3; 5; 6; 8. Випишіть ті з них, які є дільниками числа: 1) 9; 2) 15; 3) 32; 4) 40.
- 8°. Знайдіть усі дільники числа: 1) 8; 2) 14; 3) 28; 4) 39.
-  9°. Знайдіть усі дільники числа: 1) 9; 2) 11; 3) 25; 4) 36.
-  10°. Дано числа: 10; 12; 14; 16; 18; 20. Випишіть ті з них, які є кратними числа: 1) 4; 2) 6; 3) 3; 4) 8.
-  11°. Дано числа: 14; 18; 21; 24; 28; 30. Випишіть ті з них, які є кратними числа: 1) 6; 2) 7; 3) 10; 4) 3.
- 12°. Дід Мороз приніс дітям у дитячий садок подарунки і подарував кожній дитині однакову їх кількість. Скільки подарунків отримала кожна дитина, якщо в садочку 64 дитини, а подарунків було: 1) 256; 2) 320; 3) 448?
- 13°. На координатному промені позначте точку  $A(2)$  та ще чотири точки з координатами, кратними координаті точки  $A$ .



**14°.** На координатному промені позначте точку  $B(3)$  та ще три точки з координатами, кратними координаті точки  $B$ .

**15°.** Дано числа: 10; 11; 13; 15; 18; 23. Випишіть ті з них, які є:  
1) простими; 2) складеними.



**16°.** Дано числа: 21; 25; 27; 29; 32; 37. Випишіть ті з них, які є:  
1) простими; 2) складеними.

**17°.** Дано числа: 7; 8; 10; 13; 19; 24; 31; 34; 37; 39; 42; 43. Оберіть серед них ті, які мають:  
1) тільки два дільники; 2) більше двох дільників.

**18.** Скільки дільників має число: 1) 125; 2) 216; 3) 256; 4) 400?

**19.** Знайдіть усі дільники числа: 1) 96; 2) 100; 3) 144; 4) 180.



**20.** Знайдіть усі дільники числа: 1) 84; 2) 72; 3) 125; 4) 120.

**21.** У магазині кольорові олівці продають у коробках по 16 олівців у кожній. Чи зможе вчитель малювання купити:  
1) 48 олівців; 2) 64 олівці; 3) 96 олівців; 4) 120 олівців?  
Якщо так, то скільки коробок?



**22.** У спортивних змаганнях беруть участь 108 школярів. Чи можна поділити їх на команди:  
1) по 6 осіб; 2) по 12 осіб; 3) по 16 осіб; 4) по 24 особи?  
Якщо так, то скільки буде таких команд?

**23.** Знайдіть усі двоцифрові числа, які є кратними числа:  
1) 8; 2) 13; 3) 16; 4) 22.



**24.** Знайдіть усі двоцифрові числа, які є кратними числа:  
1) 9; 2) 11; 3) 12; 4) 15.

**25.** Знайдіть усі трицифрові числа, менші від 400, для яких число 35 є дільником.

**26.** Знайдіть чотири найменші числа, дільниками яких є числа 6 і 8.

**27.** Чи можна записати просте число у вигляді:

- 1) суми двох парних чисел;
  - 2) суми двох непарних чисел;
  - 3) суми парного і непарного числа?
- Відповідь поясніть. Наведіть приклади.

**28\*.** Знайдіть будь-які чотири натуральні числа, які мають рівно три дільники. Яку закономірність ви помітили?

**29\*.** Знайдіть будь-які чотири натуральні числа, які мають рівно чотири дільники. Яку закономірність ви помітили?

**30\*.** Запишіть число 48 у вигляді різниці квадратів двох простих чисел, менших від 25.



**ЗАСТОСУЙТЕ НА ПРАКТИЦІ**

- 31.** Оксанка купувала в магазині цукерки й отримала 2 грн 25 к. здачі. Чи могла вона отримати здачу тільки монетами: 1) по 5 к.; 2) по 10 к.; 3) по 25 к.; 4) по 50 к.? Якщо так, то скільки було монет?
- 32.** Вік Іринки, її старшої сестри Ольги, їхніх мами та бабусі — усе це є дільниками числа 165. Знайдіть вік сестри, мами та бабусі дівчинки, якщо відомо, що Іринці — 11 років.

**ЗАДАЧІ НА ПОВТОРЕННЯ**

- 33.** Обчисліть: 1)  $\left(1\frac{3}{11} + 2\frac{1}{11}\right) + 3\frac{6}{11}$ ; 2)  $5\frac{16}{21} - \left(2\frac{7}{21} + 2\frac{10}{21}\right)$ .
- 34.** Магазин за перший день продав 180 кг помідорів, а за другий — 270 кг. На скільки відсотків більше магазин продав помідорів за другий день?

**§ 2. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 2, 10, 5**

Запишемо натуральний ряд чисел:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12...

Помножимо кожне число на 2. Дістали ряд чисел, кратних числу 2:

2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24...

Такі числа називають *парними*. Їх можна задати формулою:

$2n$ , де  $n$  — деяке натуральне число.

Цифри 0, 2, 4, 6, 8 вважають *парними цифрами*.

У натуральному ряді парні числа чергуються з *непарними* числами, які не діляться на 2. Наприклад, числа 3, 5, 11 — непарні. Їх також можна задати формулою:

$2n - 1$ , де  $n$  — деяке натуральне число.

Цифри 1, 3, 5, 7, 9 вважають *непарними цифрами*.

**?** Як з'ясувати, чи є парним дане число? Для цього користуються ознакою подільності на 2.

**Запам'ятайте!****Ознака подільності на 2**

На 2 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується парною цифрою.

Наприклад, запис числа 538 закінчується цифрою 8, яка є парною, тому число 538 ділиться на 2. Справді,  $538 : 2 = 269$ . А от запис числа 537 закінчується непарною цифрою 7, тому дане число не ділиться на 2.

Спираючись на натуральний ряд чисел, запишемо ряд чисел, кратних числу 10:

10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120...

Як бачимо, запис кожного числа цього ряду закінчується цифрою 0. Саме в цьому і полягає ознака подільності на 10.

**Запам'ятайте!****Ознака подільності на 10**

На 10 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується цифрою 0.

Наприклад, число 1000 ділиться на 10, а число 1001 — не ділиться.

? Чи можна вважати ознаку подільності на 10 ознакою подільності на 5? Ні, бо існують числа, які діляться на 5, але не діляться на 10. Наприклад, число 2055.

Спираючись на натуральний ряд чисел, запишемо ряд чисел, кратних числу 5:

5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60...

Як бачимо, запис кожного числа цього ряду закінчується або цифрою 5, або цифрою 0. Саме в цьому і полягає ознака подільності на 5.

**Запам'ятайте!****Ознака подільності на 5**

На 5 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується або цифрою 5, або цифрою 0.

Наприклад, число 85 ділиться на 5, а число 86 — не ділиться.



**Задача.** Знайдіть усі непарні числа від 10 до 40, які діляться на 5.



**Розв'язання.**

**Спосіб 1.** Спочатку доберемо всі непарні числа від 10 до 40:

11; 13; 15; 17; 19; 21; ...; 39.

Застосувавши до цих чисел ознаку подільності на 5, отримаємо шукані числа: 15; 25; 35.

**Спосіб 2.** Шукані числа — непарні й діляться на 5. Тому серед них не має бути чисел, запис яких закінчується цифрою 0, бо такі числа — парні. Отже, серед чисел від 10 до 40 достатньо дібрати числа, запис яких закінчується лише цифрою 5. Звідси шуканими є числа: 15; 25; 35.



**Зверніть увагу:**

серед чисел, що діляться на 5, парні числа діляться і на 10, а непарні — ні.



**Дізнайтеся більше**

*Ознака подільності на 4.* Число ділиться на 4 тоді й тільки тоді, коли на 4 ділиться число, утворене двома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 3436 ділиться на 4, оскільки число 36 ділиться на 4.

*Ознака подільності на 8.* Число ділиться на 8 тоді й тільки тоді, коли на 8 ділиться число, утворене трьома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 29 176 ділиться на 8, оскільки число 176 ділиться на 8.

*Ознака подільності на 25.* Число ділиться на 25 тоді й тільки тоді, коли на 25 ділиться число, утворене двома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 6575 ділиться на 25, оскільки число 75 ділиться на 25.

*Ознака подільності на 125.* Число ділиться на 125 тоді й тільки тоді, коли на 125 ділиться число, утворене трьома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 36 375 ділиться на 125, оскільки число 375 ділиться на 125.

### ПРИГАДАЙТЕ ГОЛОВНЕ

1. Які числа називають парними? непарними?
2. Які цифри вважають парними? непарними?
3. Сформулюйте ознаку подільності на 2.
4. Сформулюйте ознаку подільності на 10.
5. Сформулюйте ознаку подільності на 5.



### РОЗВ'ЯЖІТЬ ЗАДАЧІ

**35'** Назвіть: 1) три парні числа; 2) три непарні числа.

**36'** Чи правильно, що парним є число:  
1) 8;                      2) 15;                      3) 24;                      4) 41?

**37'** Чи правильно, що непарним є число:  
1) 18;                      2) 25;                      3) 33;                      4) 72?

**38'** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 10.

**39'** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 5.

**40°** Із чисел від десяти до двадцяти випишіть ті, які є:  
1) парними;            2) непарними.

**41°** Дано числа: 5; 11; 13; 16; 24; 29; 30; 35; 48; 51.  
Скільки серед даних чисел: 1) парних; 2) непарних?



**42°** Дано натуральні числа від двадцяти до тридцяти. Випишіть ті з них, які є: 1) парними; 2) непарними.

**43°** Із чисел від двадцяти до сорока випишіть ті, які діляться на 2.

**44°** Дано числа: 8; 12; 13; 15; 22; 25; 30; 32; 47; 54. Скільки серед даних чисел: 1) діляться на 2; 2) не діляться на 2?



**45°** Із чисел від двадцяти шести до сорока восьми випишіть ті, які діляться на 2.

**46°** Із чисел від трьох до п'ятдесяти випишіть ті, які діляться на 10.






**47°** Дано числа: 8; 10; 16; 20; 32; 35; 40; 56; 70; 99; 110. Скільки серед даних чисел: 1) діляться на 10; 2) не діляться на 10?



**48°** Із чисел від двадцяти п'яти до сімдесяти двох випишіть ті, які діляться на 10.



**49°** Із чисел від трьох до п'ятдесяти чотирьох випишіть ті, які діляться на 5.

**50°** Дано числа: 7; 13; 15; 23; 25; 34; 40; 49; 55; 60; 78; 85; 99.  
Скільки серед даних чисел таких, що: 1) діляться на 5; 2) не діляться на 5; 3) діляться і на 5, і на 2?

-  **51°.** Із чисел від дев'яти до шістдесяти шести випишіть ті, які діляться на 5.
- 52°.** Із чисел від тридцяти до п'ятдесяти випишіть ті, які діляться:  
1) на 2;            2) на 5;            3) на 10.
- 53°.** Назвіть будь-які три числа, які не діляться:  
1) на 2;    2) на 5;    3) на 10;    4) ані на 2, ані на 5.
- 54°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від одного до одинадцяти, кратні числу:  
1) 2;            2) 5;            3) 10.
-  **55°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від двох до п'ятнадцяти, кратні числу:  
1) 2;            2) 5;            3) 10.
- 56°.** Дано числа: 110; 224; 355; 154; 180; 203; 432; 518; 650; 780.  
Випишіть ті з них, які діляться:  
1) на 2;            2) на 5;            3) на 10;            4) і на 2, і на 5.
-  **57°.** Дано числа: 125; 252; 305; 160; 191; 210; 336; 520; 651; 890.  
Випишіть ті з них, які діляться:  
1) на 2;            2) на 5;            3) на 10;            4) і на 2, і на 5.
- 58°.** Допишіть справа до числа 33 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- 59°.** У числі  $123^*$  замість зірочки вставте таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
-  **60°.** У числі  $135^*$  замість зірочки вставте таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- 61°.** Обчисліть значення виразу  $125 \cdot 36 + 125 \cdot 3$  та вкажіть, чи ділиться отримане число на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.
-  **62°.** Обчисліть значення виразу  $137 \cdot 12 + 137 \cdot 18$  та вкажіть, чи ділиться отримане число на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.
- 63.** Перемалюйте в зошит і заповніть таблицю 1. Яку закономірність ви помітили?

Таблиця 1

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$
парне	парне		
парне	непарне		
непарне	парне		
непарне	непарне		

- 64.** Дано числа від ста до двохсот. Скільки серед цих чисел:  
1) парних; 2) непарних; 3) непарних, що діляться на 5; 4) парних, що діляться на 5?
- 65.** Чи можна, використовуючи тільки цифри 7 і 6, записати числа, які:  
1) діляться на 2; 2) не діляться на 2; 3) діляться на 5; 4) діляться на 10?  
Якщо так, то наведіть приклади.
- 66.** Мама купила на базарі кілька упаковок яєць по 10 штук у кожній. Чи може бути так, що мама купила:  
1) 25 яєць; 2) 44 яйця; 3) 60 яєць?
- 67.** У Василька було 20 грн. Він купив 5 ручок й отримав здачу — 2 грн 42 к. Чи правильно йому дали здачу?
- 68.** На 8 Березня хлопці 6-Б класу купили 14 букетів по 5 тюльпанів у кожному. Чи зможуть хлопці подарувати всім дівчаткам свого класу однакові букети, якщо в 6-Б класі — 10 дівчаток?
-  **69.** Для уроків малювання батьки купили шестикласникам 10 коробок олівців, по 14 олівців у кожній коробці. Чи можна поділити всі олівці так, щоб кожному учневі дісталось по 5 олівців, якщо в класі — 28 учнів?
- 70.** Серед двоцифрових чисел, які містять цифру 5, знайдіть усі числа, які:  
1) діляться на 5; 2) діляться на 2 і на 5; 3) діляться на 10; 4) не діляться ані на 2, ані на 5.
-  **71.** Серед двоцифрових чисел, які містять цифру 4, знайдіть усі числа, які:  
1) діляться на 5; 2) діляться на 2 і на 5; 3) діляться на 10; 4) не діляться ані на 2, ані на 5.
- 72\*.** Запишіть найменше трицифрове число, яке ділиться на 10, якщо сума його цифр дорівнює: 1) 7; 2) 8; 3) 11.
- 73\*.** Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться на 5, якщо сума його цифр дорівнює:  
1) 15; 2) 20; 3) 22.
- 74\*.** Серед чотирицифрових чисел, запис яких містить тільки цифри 2, 5 і 0, випишіть ті, які діляться:  
1) на 25; 2) на 4.
- 75\*.** Як з'ясувати, не проводячи обчислень, чи ділиться добуток  $24 \cdot 13 \cdot 45 \cdot 16$ :  
1) на 10; 2) на 25?

**ЗАСТОСУЙТЕ НА ПРАКТИЦІ**

- 76.** Порахуйте, скільки років у сумі становить вік учнів вашого класу. Чи ділиться отримане число: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?
- 77.** Учні 6-А класу здали 400 кг макулатури й отримали в подарунок по одній коробці цукерок за кожний центнер макулатури. У коробці міститься 25 цукерок. Чи можна поділити порівну цукерки між усіма учнями, якщо в 6-А класі навчається 20 учнів?

**ЗАДАЧІ НА ПОВТОРЕННЯ**

- 78.** Обчисліть:  
1)  $376,486 + 4,114$ ; 2)  $0,9879 + 359,0121$ ; 3)  $8,62 + 901,28$ .
- 79.** Сума довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда дорівнює 250 см. Довжини ребер паралелепіпеда становлять 5 %, 8 % та 12 % цієї суми. Обчисліть об'єм паралелепіпеда.

### § 3. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 9, 3

Запишемо ряд чисел, кратних числу 9:

9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81; 90; 99; 108...

Як бачимо, ознака подільності на 9 не пов'язана з останньою цифрою в записі числа. Вона пов'язана із сумою цифр у цьому записі. Пізніше ви зможете це обґрунтувати.

**Запам'ятайте!****Ознака подільності на 9**

На 9 діляться ті й тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 9.

Наприклад, число 1476 ділиться на 9, оскільки  $1 + 4 + 7 + 6 = 18$ , а число 18 ділиться на 9. Число 1239 не ділиться на 9, оскільки  $1 + 2 + 3 + 9 = 15$ , а число 15 не ділиться на 9.

**?** Як з'ясувати, чи ділиться число на 3? Для цього користуються ознакою подільності на 3.

**Запам'ятайте!****Ознака подільності на 3**

На 3 діляться ті й тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 3.

Наприклад, у числі 237 сума цифр дорівнює:  $2 + 3 + 7 = 12$ . Число 12 ділиться на 3, тому і число 237 ділиться на 3. Справді,  $237 : 3 = 79$ .

**?** Чи можна вважати, що числа, які діляться на 9, діляться і на 3? Так. Оскільки сума цифр чисел, кратних числу 9, ділиться на 9, то вона ділиться і на 3. Проте обернене твердження не є правильним: числа, що діляться на 3, не завжди діляться на 9. Наприклад, числа 12, 33, 213 діляться на 3, але не діляться на 9.

**Задача.** Знайдіть усі трицифрові числа, які містять цифри 5 і 1 та діляться на 9.

**Розв'язання.** Позначимо невідому цифру зірочкою. Сума цифр шуканого числа дорівнює:  $5 + 1 + * = 6 + *$ . Ця сума має ділитися на 9, тому замість зірочки можна підставити тільки цифру 3. А далі з цифр 1, 3, 5 складаємо всі можливі трицифрові числа: 135; 153; 315; 351; 513; 531.

**Дізнайтеся більше**

У вас могло виникнути запитання: «Як пояснити, чому сума цифр у записі числа може показувати, чи ділиться число на 9?» Поміркуюємо, спираючись на приклади.

Числа 99 і 999 діляться на 9, а от числа 100 і 1000 на 9 не діляться. Подамо ці числа як суми:

$$\begin{array}{ll} 99 = 90 + 9; & 100 = 99 + 1; \\ 999 = 900 + 90 + 9; & 1000 = 999 + 1. \end{array}$$

Проаналізуємо отримані суми. У колонці ліворуч кожний доданок суми ділиться на 9, а в колонці праворуч — ні.

Узагалі, якщо кожний доданок ділиться на дане число, то їх сума ділиться на дане число; якщо один із доданків не ділиться на дане число, а сума всіх інших доданків ділиться на дане число, то сума не ділиться на дане число.

Запишемо число 351 у вигляді суми розрядних доданків та перетворимо її:



$$\begin{aligned}
 351 &= 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 = \\
 &= 3 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 1 = \\
 &= 3 \cdot 99 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 1 = \\
 &= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 3 + 5 + 1 = \\
 &= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 9.
 \end{aligned}$$

В отриманій сумі кожний з доданків ділиться на 9, тому число 351 ділиться на 9. Як бачимо, результат залежить від останнього доданка, котрий дістали як суму:  $3 + 5 + 1 = 9$ .


А ця сума — не що інше, як сума цифр даного числа.

### ПРИГАДАЙТЕ ГОЛОВНЕ

1. Сформулюйте ознаку подільності на 9.
2. Сформулюйте ознаку подільності на 3.
3. Чи можна стверджувати, що числа, які діляться на 9, діляться і на 3?



### РОЗВ'ЯЖІТЬ ЗАДАЧІ

- 80'**. Назвіть будь-які три числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3.
- 81'**. Чи правильно завершено твердження: «На 9 діляться ті й тільки ті числа, ...»
- 1) добуток цифр яких ділиться на 9»;
  - 2) сума цифр яких ділиться на 9»;
  - 3) останньою цифрою яких є цифра 9»?
- 82'**. Чи правильно завершено твердження: «На 3 діляться ті й тільки ті числа, ...»
- 1) останньою цифрою яких є цифра 3»;
  - 2) останньою цифрою яких є цифра 9»;
  - 3) сума цифр яких ділиться на 3»?
- 83°**. Дано числа: 35; 44; 49; 53; 66; 111; 126; 135. Скільки серед даних чисел: 1) діляться на 9; 2) не діляться на 9?
- 84°**. Дано натуральні числа від сімдесяти до ста двадцяти. Випишіть ті з них, які діляться на 9.
-  **85°**. Дано натуральні числа від дев'яноста до ста тридцяти трьох. Випишіть ті з них, які діляться на 9.
- 86°**. Дано числа: 23; 24; 37; 39; 44; 48; 56; 59; 63; 73. Випишіть ті з них, які діляться на 3.
- 87°**. Дано числа: 17; 23; 35; 43; 45; 51; 71; 88. Скільки серед даних чисел: 1) діляться на 3; 2) не діляться на 3?
- 88°**. Дано натуральні числа від сорока одного до шістдесяти. Випишіть ті з них, які діляться на 3.



**89°.** Дано натуральні числа від сімдесяти семи до ста двох. Випишіть ті з них, які діляться на 3.

**90°.** Назвіть будь-які чотири трицифрові числа, які:  
1) діляться на 9; 2) діляться на 3.

**91°.** Назвіть будь-які три чотирицифрові числа, які:  
1) діляться на 9; 2) діляться на 3.

**92°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від одного до тринадцяти, кратні числу: 1) 9; 2) 3.



**93°.** На координатному промені позначте п'ять точок, координатами яких є числа, кратні числу 9 або числу 3.

**94°.** Допишіть зліва до числа 70 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.

**95°.** Допишіть справа до числа 131 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.



**96°.** Допишіть зліва до числа 128 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.

**97°.** У числі  $1*21$  замість зірочки вставте таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.



**98°.** У числі  $50*9$  замість зірочки вставте таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.

**99°.** Знайдіть значення виразу  $5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1$  та вкажіть, чи ділиться отримане число: 1) на 9; 2) на 3.



**100°.** Знайдіть значення виразу  $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 3$  та вкажіть, чи ділиться отримане число: 1) на 9; 2) на 3.

**101.** На фабриці розфасовують цукерки в коробки по 9 штук у кожному. Чи може так статися, що в ящику з коробками виявиться:  
1) 243 цукерки; 2) 424 цукерки; 3) 513 цукерок?

**102.** Скільки з чисел від ста до двохсот таких, що діляться:  
1) на 9; 2) на 3.

**103.** Чи можна, використовуючи тільки цифри 2 і 3, записати числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3? Якщо так, то наведіть приклад.

**104.** Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться:  
1) на 9; 2) на 3.



**105.** Запишіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться:  
1) на 9; 2) на 3.

**106.** Використовуючи тільки однакові цифри, запишіть усі можливі трицифрові числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3; 3) і на 3, і на 5.

- 107.** У числі  $1**37$  замість зірочок уставте такі цифри, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 108.** У числі  $8*5*0$  замість зірочок уставте такі цифри, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 109.** Складіть усі можливі п'ятицифрові числа, які містять три п'ятірки й діляться на 9.
- 110.** Складіть усі можливі чотирицифрові числа, які містять дві п'ятірки й діляться на 3.
- 111\*.** Андрій задумав деяке трицифрове число. Відомо, що це число ділиться на 9, кожна його цифра ділиться на 3, а сума перших двох його цифр дорівнює третій цифрі. Яке число задумав Андрій? Скільки розв'язків має задача?
- 112\*.** Скільки чисел першої сотні не діляться ані на 9, ані на 3?
- 113\*.** Серед усіх чотирицифрових чисел, запис яких містить тільки цифри 1, 3 і 0, випишіть ті, які діляться: 1) на 18; 2) на 6.
- 114\*.** Сергійко забув першу цифру коду \*85228, але пам'ятав, що все шестицифрове число ділиться на 3. Скільки варіантів кодів потрібно перебрати хлопчику, щоб відкрити дверцята камери схову?
- 115\*.** Запишіть найменше і найбільше чотирицифрове число, яке ділиться і на 3, і на 5.

**ЗАСТОСУЙТЕ НА ПРАКТИЦІ**

- 116.** Андрій переміг у конкурсі юних поетів й отримав винагороду в розмірі 822 грн. Він вирішив поділитися грошима з татом і мамою. Чи зможуть вони поділити премію Андрія порівну? Скільки грошей дістанеться кожному?
- 117.** Мама доручила Тетянці купити 3 кг яблук і дала їй 25 грн. Тетянка принесла додому яблука і здачу — 1 грн 62 к. Чи правильно їй дали здачу?
- 118.** Знайдіть суму своїх річних оцінок за 5-й клас. Чи ділиться отримане число: 1) на 9; 2) на 3?

**ЗАДАЧІ НА ПОВТОРЕННЯ**

- 119.** На скільки сума чисел 104,72 і 13,16 менша від числа 154,36 і більша за число 89,28?
- 120.** З одного порту в інший одночасно вийшли пароплав і катер. Швидкість пароплава — 32,4 км/год, а швидкість катера — 35,8 км/год. Яка відстань буде між ними через 4,5 год після початку руху?

## § 4. РОЗКЛАДАННЯ ЧИСЕЛ НА МНОЖНИКИ. НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК

Ви знаєте, що кожне натуральне число, більше за 1, має кілька дільників, тому його можна подати як добуток своїх дільників. Наприклад:  $5 = 1 \cdot 5$ ;  $6 = 1 \cdot 6$  або  $6 = 2 \cdot 3$ ;  $18 = 1 \cdot 18$ ,  $18 = 2 \cdot 9$  або  $18 = 3 \cdot 6$ . Про такі рівності кажуть, що дане число *розклали на множники*, а саму рівність називають *розкладом числа на множники*.

Число 5 — просте. Його можна розкласти на множники тільки одним способом. Числа 6 і 18 — складені. Для них існує два і більше розкладів на множники. Проте ці розклади відрізняються. У розкладі  $6 = 2 \cdot 3$  обидва множники є простими числами, а в розкладі  $18 = 2 \cdot 9$  перший множник — просте число, а другий — складене, і його теж можна розкласти на множники:

$$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

А вже в цьому розкладі всі множники є простими числами.

### Запам'ятайте!

Розклад числа на множники, у якому всі множники — прості числа, називається *розкладом числа на прості множники*.

? Чи є розкладом на прості множники рівність  $5 = 1 \cdot 5$ ? Ні. У цьому розкладі один із множників не є простим. Це число 1. Проте будемо вважати, що для будь-якого простого числа теж можна записати розклад на прості множники. Для цього достатньо записати в розкладі саме це число. Наприклад, для даного простого числа 5 дістанемо такий розклад:  $5 = 5$ .

**Задача 1.** Розкладіть на прості множники число 210.

**Розв'язання.**

210	2	$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
105	3	
35	5	
7	7	
1		

За допомогою розкладу числа на прості множники шукають спільні дільники двох чисел. Наприклад, у чисел 12 і 30 є два прості спільні дільники — числа 2 і 3. Але числа 12 і 30 діляться і на число 6, тобто на добуток своїх спільних дільників. Число 6 — найбільше число, на яке одночасно ділиться і число 12, і число 30. Таке число називають *найбільшим спільним дільником двох чисел* 12 і 30.

Записують:  $\text{НСД}(12; 30) = 6$  і говорять: «Найбільшим спільним дільником чисел 12 і 30 є число 6».

**Задача 2.** Знайдіть НСД чисел 18 і 45.

**Розв'язання.**

18	2	45	3	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$
9	3	15	3	$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$
3	3	5	5	$\text{НСД}(18; 45) = 3^2 = 9$
1		1		

**Відповідь:**  $\text{НСД}(18; 45) = 3^2 = 9$ .

**Запам'ятайте!**

**Найбільшим спільним дільником двох чисел називається найбільше число, на яке ділиться кожне з даних чисел.**

**Запам'ятайте!****Правило знаходження НСД**

Щоб знайти НСД двох чисел:

- 1) розкладіть дані числа на прості множники;
- 2) знайдіть добуток спільних дільників даних чисел.

**?** Чи можна знайти НСД двох чисел, які не мають спільних дільників, крім числа 1? Так. Але НСД таких чисел дорівнює 1.

Два числа, НСД яких дорівнює 1, називають *взаємно простими*. Наприклад,  $\text{НСД}(8; 21) = 1$ . Отже, числа 8 і 21 — взаємно прості. Два різні прості числа також є взаємно простими. Наприклад,  $\text{НСД}(7; 13) = 1$ , тому прості числа 7 і 13 є взаємно простими.

**?** Чи можна знайти НСД кількох чисел? Так. Для цього виконують ті самі дії, що і в задачі 3, але для кількох чисел. Наприклад, знайдемо  $\text{НСД}(9; 12; 30)$ . Маємо:  $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$ ,  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ ,  $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ . Звідси  $\text{НСД}(9; 12; 30) = 3$ .

**Дізнайтеся більше**

Цікавий спосіб знаходження НСД двох чисел описав у своїй книзі «Начала» давньогрецький математик Евклід (близько 365 – 300 років до н. е.). На честь ученого цей спосіб називають «алгоритмом Евкліда».

Нехай потрібно знайти НСД двох чисел  $a$  і  $b$ , де  $a > b$ . Із даних чисел утворимо пари:  $a$  і  $b$  та  $a - b$  і  $b$ . Неважко помітити, що НСД для кожної пари той самий:  $\text{НСД}(a; b) = \text{НСД}(a - b; b)$ . Число  $a - b$  позначимо через  $c$ . Із чисел  $c$  і  $b$  знову оберемо більше, нехай це буде число  $b$ . Віднімаємо від більшого числа менше:  $b - c$ . Тоді маємо, що  $\text{НСД}(a; b) = \text{НСД}(a - b; b) = \text{НСД}(c; b) = \text{НСД}(b; c) = \text{НСД}(b - c; c)$ . Повторюємо цей ланцюжок міркувань, допоки не отримаємо пару однакових чисел  $(d; d)$ . Число  $d$  і є НСД чисел  $a$  і  $b$ .


Наприклад,  $\text{НСД}(56; 16) = \text{НСД}(56 - 16; 16) = \text{НСД}(40; 16) =$   
 $= \text{НСД}(40 - 16; 16) = \text{НСД}(24; 16) = \text{НСД}(24 - 16; 16) = \text{НСД}(8; 16) =$   
 $= \text{НСД}(16; 8) = \text{НСД}(16 - 8; 8) = \text{НСД}(8; 8) = 8.$

### ПРИГАДАЙТЕ ГОЛОВНЕ

1. Що називається розкладом числа на прості множники?
2. Чи можна розкласти на прості множники просте число?
3. Як розкласти складене число на прості множники?
4. Яке число називається найбільшим спільним дільником двох чисел?
5. Як знайти найбільший спільний дільник двох чисел?
6. Які два числа називають взаємно простими?



### РОЗВ'ЯЖІТЬ ЗАДАЧІ

- 121'.** Чи є розкладом на прості множники рівність:  
 1)  $10 = 2 \cdot 5$ ;    2)  $10 = 10$ ;    3)  $10 = 2,5 \cdot 4$ ?
- 122'.** Чи правильно, що спільним дільником чисел 12 і 8 є число:  
 1) 8;    2) 4;    3) 12;    4) 2?
- 123'.** Чи правильно, що найбільшим спільним дільником чисел 12 і 8 є число:  
 1) 8;    2) 4;    3) 12;    4) 2?
- 124'.** Чи правильно, що число 7 є взаємно простим із числом:  
 1) 3;    2) 14;    3) 16;    4) 42?
- 125°.** На які прості числа ділиться число:  
 1) 15;    2) 32;    3) 36;    4) 44?
- 126°.** На скільки простих множників можна розкласти число:  
 1) 17;    2) 18;    3) 22;    4) 56?
- 127°.** Розкладіть на прості множники число:  
 1) 28;    2) 48;    3) 64;    4) 72.
-  **128°.** Розкладіть на прості множники число:  
 1) 42;    2) 54;    3) 84;    4) 96.
- 129°.** Знайдіть усі дільники числа, яке є значенням числового виразу  $3 \cdot 5 \cdot 7$ .
- 130°.** Чи правильно, що число 4 є спільним дільником чисел:  
 1) 16 і 22;    2) 24 і 30;    3) 36 і 64;    4) 44 і 96?
- 131°.** З натуральних чисел від десяти до шістдесяти випишіть ті, які діляться: 1) на 6; 2) на 9; 3) на 12.

**132°.** На координатному промені позначте точки з координатами, які є дільниками числа 16.



**133°.** На координатному промені позначте точки з координатами, які є дільниками числа 12.

**134°.** Чи правильно, що найбільшим спільним дільником чисел 24 і 18 є число:

- 1) 72;                      2) 4;                      3) 6;                      4) 8?

**135°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 28 і 42;                2) 34 і 51;                3) 64 і 48;                4) 75 і 125.



**136°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 24 і 36;                2) 26 і 65;                3) 70 і 105;                4) 96 і 144.

**137°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу:

- 1)  $\frac{45}{75}$ ;                2)  $\frac{72}{156}$ ;                3)  $\frac{52}{156}$ ;                4)  $\frac{44}{132}$ .



**138°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу:

- 1)  $\frac{35}{55}$ ;                2)  $\frac{48}{112}$ ;                3)  $\frac{34}{136}$ ;                4)  $\frac{42}{154}$ .

**139°.** Знайдіть найменше число, найбільшим спільним дільником якого і числа 24 є число: 1) 6; 2) 8; 3) 12.

**140°.** Чи правильно, що взаємно простими є числа:

- 1) 6 і 21;                2) 27 і 111;                3) 36 і 117;                4) 44 і 95?

**141°.** Дано числа: 5; 12; 18; 25; 26; 33; 37. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел.

**142°.** Запишіть усі двоцифрові числа, менші від двадцяти, які є взаємно простими з числом 20.



**143°.** Запишіть усі двоцифрові числа, більші за двадцять, але менші від тридцяти, які є взаємно простими з числом 25.

**144.** Знайдіть усі числа, які розкладаються на два прості одноцифрові множники.

**145.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 204 і 420;                2) 144 і 324;                3) 625 і 875;                4) 126 і 378.



**146.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 162 і 270;                2) 154 і 396;                3) 279 і 496;                4) 270 і 495.

**147.** Яку найбільшу кількість однакових наборів можна скласти із 150 ручок і 315 олівців?



**148.** Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 540 тюльпанів і 405 нарцисів?



**149.** Дано натуральні числа від двадцяти до тридцяти. Випишіть з них усі можливі пари взаємно простих чисел.



**150.** Дано натуральні числа від сорока до п'ятдесяти. Випишіть з них усі можливі пари взаємно простих чисел.

**151.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 15, 45 і 80; 2) 16, 28 і 36; 3) 34, 36 і 90; 4) 42, 70 і 98.



**152.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 8, 12 і 20; 2) 25, 40 і 100; 3) 32, 36 і 60; 4) 44, 66 і 132.

**153.** Яку найбільшу кількість однакових новорічних подарунків можна скласти із 135 мандаринів, 189 яблук і 243 цукерок?

**154.** Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 336 білих троянд, 528 червоних троянд і 720 жовтих троянд?

**155\*.** Запишіть найменше трицифрове число, найбільшим спільним дільником якого і числа 312 є число 39.

**156\*.** Запишіть найбільше трицифрове число, найбільшим спільним дільником якого і числа 252 є число 42.

**157\*.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 54, 108, 162 і 378; 2) 405, 630, 945 і 1350.



### ЗАСТОСУЙТЕ НА ПРАКТИЦІ

**158.** Прямокутний металевий лист, розміром 52 × 78 см, потрібно розрізати на найменшу кількість однакових квадратів. Скільки таких квадратів можна отримати та які розміри має кожний із них?

**159.** Тато вирішив облицювати три стіни ванної кімнати плиткою квадратної форми так, щоб її не розрізати. Усі стіни кімнати мають форму прямокутника і розміри: 240 см і 140 см; 240 см і 220 см; 240 см і 140 см. Який найбільший можливий розмір однієї плитки? Скільки таких плиток потрібно для облицювання ванної кімнати?



### ЗАДАЧІ НА ПОВТОРЕННЯ

**160.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(x + 6,5) - 7,9 = 18,4$ ; 2)  $(x - 13,8) \cdot 2,6 = 39,52$ .

**161.** Сплав золота і срібла містить 33 % золота. Скільки золота і срібла міститься у сплаві масою 2,6 кг?

## § 5. НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ

Знайдемо кратні числа 4. Для цього достатньо помножити число 4 на числа натурального ряду:

4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44...


Аналогічно знайдемо кратні числа 6:

6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; 66...

Серед кратних числа 4 і числа 6 є такі числа, які діляться на обидва ці числа:

12; 24; 36; 48...


Ці числа є спільними кратними чисел 4 і 6. Найменшим серед них є число 12. Це *найменше спільне кратне* чисел 4 і 6.

 Записують:  $\text{НСК}(4; 6) = 12$  і говорять: «Найменшим спільним кратним чисел 4 і 6 є число 12».

### Запам'ятайте!

*Найменшим спільним кратним двох чисел називається найменше число, яке ділиться на кожне з даних чисел.*

Спільні кратні кількох чисел можна шукати за допомогою розкладів даних чисел на прості множники.

 **Задача 1.** Знайдіть НСК чисел 18 і 45.

 **Розв'язання.**

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{НСК}(18; 45) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$$

$$\text{Відповідь: } \text{НСК}(18; 45) = 90$$

**Запам'ятайте!****Правило знаходження НСК**

Щоб знайти НСК двох чисел:

- 1) розкладіть дані числа на прості множники;
- 2) запишіть розклад одного з даних чисел;
- 3) допишіть до цього розкладу такі множники із розкладу іншого числа, які ще не увійшли до добутку;
- 4) обчисліть отриманий добуток.

**?** Як знайти НСК двох взаємно простих чисел? кількох чисел?

Оскільки у взаємно простих чисел немає інших спільних дільників, крім 1, то НСК таких чисел дорівнює їх добутку. Наприклад,  $\text{НСК}(8; 21) = 8 \cdot 21 = 168$ .

НСК кількох чисел шукають так само, як і двох чисел. Наприклад, знайдемо  $\text{НСК}(9; 12; 15)$ . Маємо:  $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$ ,  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ ,  $15 = 3 \cdot 5$ . Звідси  $\text{НСК}(9; 12; 15) = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5 = 9 \cdot 4 \cdot 5 = 180$ .

**Дізнайтеся більше**

Виявляється, що між НСК та НСД чисел  $a$  і  $b$  існує зв'язок, який виражається такою формулою:

$$\text{НСК}(a; b) \cdot \text{НСД}(a; b) = a \cdot b.$$

Наприклад, для чисел 54 і 48 дістанемо:

$$\begin{aligned} 54 &= 2 \cdot 3^3, \\ 48 &= 2^4 \cdot 3. \end{aligned}$$

Звідси  $\text{НСД}(54; 48) = 6$ ,  $\text{НСК}(54; 48) = 432$ . А тепер скористаємося формулою. Маємо:





$$\text{НСК}(54; 48) \cdot \text{НСД}(54; 48) = 432 \cdot 6 = 2592 = 54 \cdot 48.$$


**ПРИГАДАЙТЕ ГОЛОВНЕ**

1. Яке число називається спільним кратним двох чисел?
2. Яке число називається найменшим спільним кратним двох чисел?
3. Як знайти найменше спільне кратне двох чисел?
4. Як знайти найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел?




### РОЗВ'ЯЖІТЬ ЗАДАЧІ

- 162'**. Назвіть будь-які три числа, які є спільними кратними чисел 4 і 10. Чи є серед них НСК (4; 10)?
- 163'**. Чи правильно, що найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел є: 1) їх сума; 2) їх різниця; 3) їх добуток; 4) їх частка?
- 164'**. Чи правильно, що найменшим спільним кратним чисел 5 і 3 є число: 1) 8; 2) 15; 3) 15; 4) 30?
- 165°**. Із чисел від десяти до тридцяти п'яти випишіть ті, які є спільними кратними чисел: 1) 2 і 5; 2) 4 і 8; 3) 4 і 12.
-  **166°**. Із чисел від дванадцяти до сорока випишіть ті, які є спільними кратними чисел: 1) 3 і 5; 2) 3 і 6; 3) 3 і 12.
- 167°**. На координатному промені позначте дві точки з координатами, які є спільними кратними чисел 2 і 3. (За одиничний відрізок візьміть клітинку зошита.)
-  **168°**. На координатному промені позначте три точки з координатами, які є спільними кратними чисел 3 і 4. (За одиничний відрізок візьміть півклітинки зошита.)
- 169°**. Знайдіть НСК чисел  $a$  і  $b$ , якщо: 1)  $a=2 \cdot 3 \cdot 7$ ,  $b=3 \cdot 5 \cdot 7$ ;  
2)  $a=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ,  $b=2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ ;  
3)  $a=2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ ,  $b=3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ .
- 170°**. Знайдіть НСК чисел: 1) 12 і 18; 2) 15 і 18; 3) 14 і 21.
-  **171°**. Знайдіть НСК чисел: 1) 24 і 28; 2) 24 і 32; 3) 24 і 36.
- 172°**. Знайдіть НСК чисельника і знаменника дробу:  
1)  $\frac{15}{25}$ ; 2)  $\frac{9}{25}$ ; 3)  $\frac{96}{144}$ ; 4)  $\frac{32}{54}$ .
- 173°**. Знайдіть НСК знаменників дробів:  
1)  $\frac{1}{12}$  і  $\frac{1}{64}$ ; 2)  $\frac{1}{9}$  і  $\frac{1}{33}$ ; 3)  $\frac{1}{8}$  і  $\frac{1}{112}$ ; 4)  $\frac{1}{45}$  і  $\frac{1}{75}$ .
-  **174°**. Знайдіть НСК знаменників дробів:  
1)  $\frac{1}{45}$  і  $\frac{1}{105}$ ; 2)  $\frac{1}{20}$  і  $\frac{1}{75}$ ; 3)  $\frac{1}{112}$  і  $\frac{1}{84}$ .
- 175°**. Відомо, що  $\text{НСК}(x; y) = xy$ . Що можна сказати про ці числа?
- 176**. Відомо, що в ящику менше, ніж 80 яблук, і що їх кількість ділиться на 3, на 4, на 5 і на 6. Скільки яблук у ящику?
- 177**. Мама спекла до свята деяку кількість пиріжків, яка менша, ніж 50. Відомо, що це число ділиться на 4, на 6 і на 9. Скільки пиріжків спекла мама?

 **178.** Дідусеві Юрка ще немає 90 років, але його вік є числом, що ділиться на 6, 8, 9 і 12. Скільки років дідусеві?

**179.** Знайдіть НСК чисел:


- 1) 64 і 54;      3) 100 і 125;      5) 168 і 140;      7) 125 і 225;  
2) 95 і 114;      4) 121 і 88;      6) 144 і 324;      8) 185 і 111.

 **180.** Знайдіть НСК чисел:

- 1) 162 і 243;      2) 192 і 256;      3) 252 і 189;      4) 264 і 300.

**181.** Знайдіть НСК чисел:

- 1) 8, 12 і 18;      3) 33, 44 і 121;      5) 18, 24 і 32;      7) 21, 28 і 42;  
2) 16, 32 і 48;      4) 35, 84 і 105;      6) 25, 45 і 60;      8) 11, 13 і 23.

 **182.** Знайдіть НСК чисел:

- 1) 22, 33 і 55;      2) 16, 20 і 36;      3) 10, 25 і 35;      4) 11, 17 і 19.

**183.** Розв'яжіть дану пару рівнянь та знайдіть НСК ( $x$ ;  $y$ ):

- 1)  $4,12x + 11,68 = 160$  і  $3,34y - 20,64 = 300$ ;  
2)  $2,36x - 7,2 = 99$  і  $1,55y + 7,25 = 170$ .

**184.** Дано числа від десяти до двадцяти. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел та знайдіть їх НСК.

**185\*.** Знайдіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться і на 31, і на 3.

**186\*.** Знайдіть найбільше трицифрове число, яке ділиться і на 28, і на 5.

**187\*.** Два двоцифрові числа, що діляться на 9, записані тими самими цифрами. Знайдіть усі можливі пари таких чисел та їх НСК.



### ЗАСТОСУЙТЕ НА ПРАКТИЦІ

**188.** Уздовж дороги від міста  $N$  стояли стовпи на відстані 30 м один від одного. Ці стовпи вирішили замінити новими і розташувати їх на відстані 45 м один від одного. Знайдіть відстань від міста  $N$  до найближчого стовпа, який буде стояти на місці старого, крім першого.



### ЗАДАЧІ НА ПОВТОРЕННЯ

**189.** Довжина відрізка  $BC$  дорівнює 24 см. Відрізок  $AD$  довший за відрізок  $BC$  на 5 см і коротший від відрізка  $MN$  на 7 см. Знайдіть суму довжин відрізків  $BC$ ,  $AD$  і  $MN$ .

**190.** Знайдіть три числа, якщо їх середнє арифметичне дорівнює 12, а друге число удвічі більше за перше і втричі менше від третього.